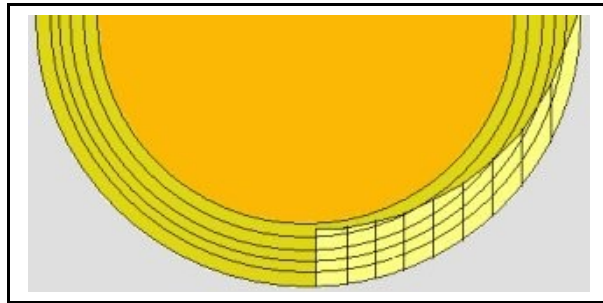


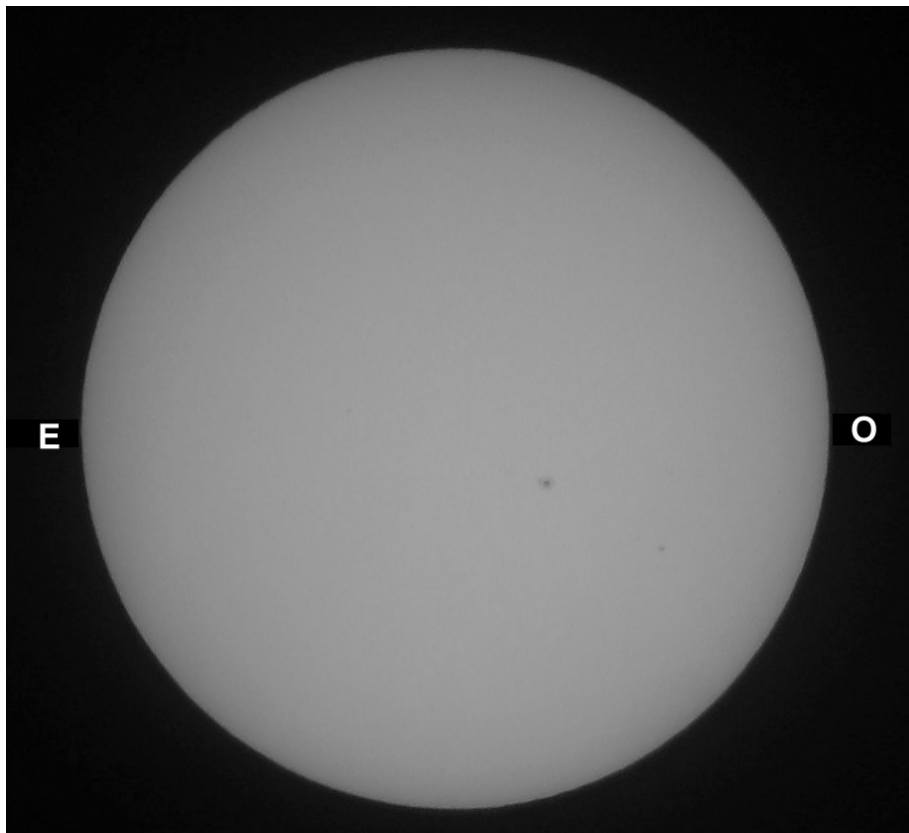
## **ANALISI DELL'OSCURAMENTO AL BORDO**

Il fenomeno dell'oscuramento al bordo (limb darkening) che fa diminuire la luminosità dal centro al bordo solare è dovuto al decrescere della temperatura e della densità col progressivo allontanamento dal centro. Quindi, quando guardiamo al sole (utilizzando appositi filtri), man mano che ci allontaniamo dal centro si vedono strati più alti della fotosfera, meno densi e con temperature minori.



In questo articolo faremo un'analisi di una immagine del disco solare in luce visibile, ottenuta il 30/03/2008 da Codroipo (Ud) mediante un telescopio Newton 130/900 e un filtro solare "Pellicola solare R-G Thousand Oaks Optical" per calcolare le diverse altezze della fotosfera mano a mano che ci allontaniamo dal centro del Sole.

Faremo un'analisi di ogni pixel dell'immagine del Sole da est a ovest, analizzando così tutto l'equatore solare e approfittando di quest'immagine che non presenta macchie sulla linea dell'equatore, le quali potrebbero compromettere il risultato finale.



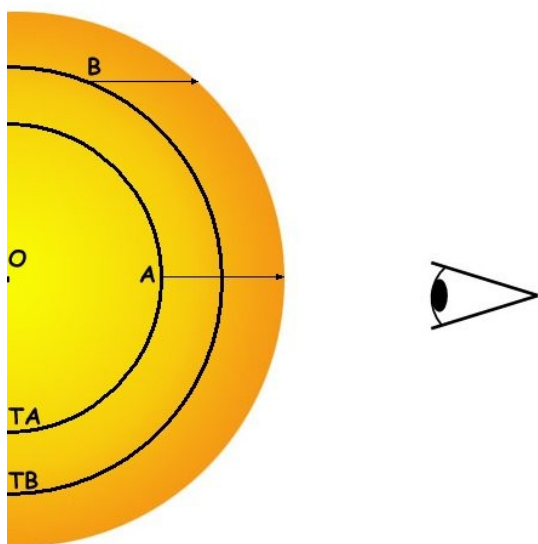
Per comprendere meglio questo fenomeno dobbiamo introdurre il concetto di "profondità ottica" che è la misura di quanto sia opaco un gas, ovvero sia la quantità di luce che viene dispersa durante un dato percorso.

Se  $I_0$  è l'intensità della radiazione al centro del disco solare ed  $I$  l'intensità osservata dopo un certo percorso allontanandosi dal centro, allora la profondità ottica  $T$  è definita da:

$$T = \ln(I/I_0) \quad (1)$$

$T$  varia entro 0 e 1. Il valore di 1 corrisponde al gas totalmente opaco e 0 corrisponde al gas totalmente trasparente.

La profondità ottica è differente per ogni lunghezza d'onda: nella luce visibile l'intensità della radiazione solare diminuisce ai bordi fino a 2/3 di quella del centro.



Nella figura 1 un osservatore sulla Terra che guarda il centro solare vede lo strato fotosferico A, invece guardando vicino al bordo nel punto B lo strato che vede è posizionato più in alto nella fotosfera e quindi meno denso e con temperatura minore.

La linea visiva da A al bordo solare è uguale a quella da B al bordo. Ma lo strato fotosferico è sempre meno denso con minore temperatura e quindi con una profondità ottica maggiore. Infatti è questa la ragione per cui una persona che guarda dalla Terra il punto B nel Sole lo osserva più scuro che nel punto A

Figura 1

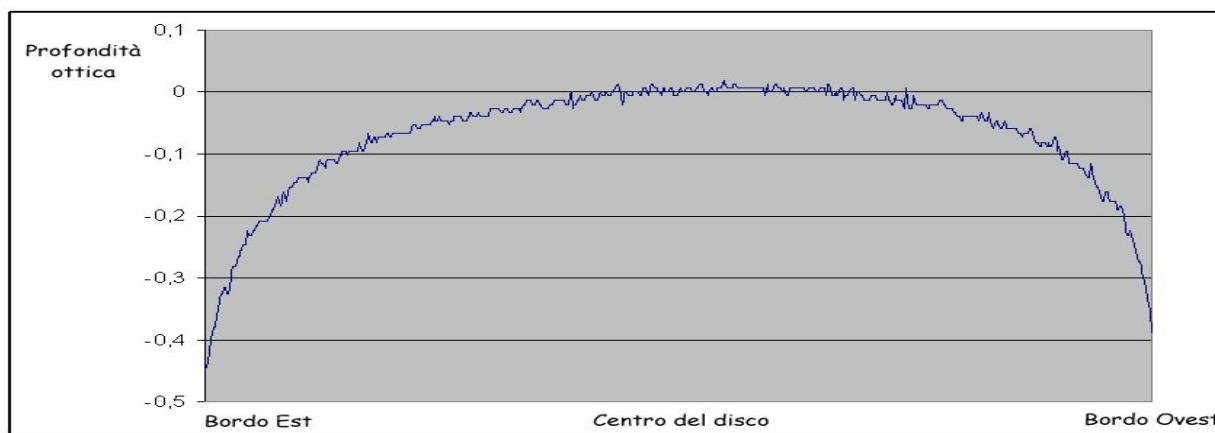


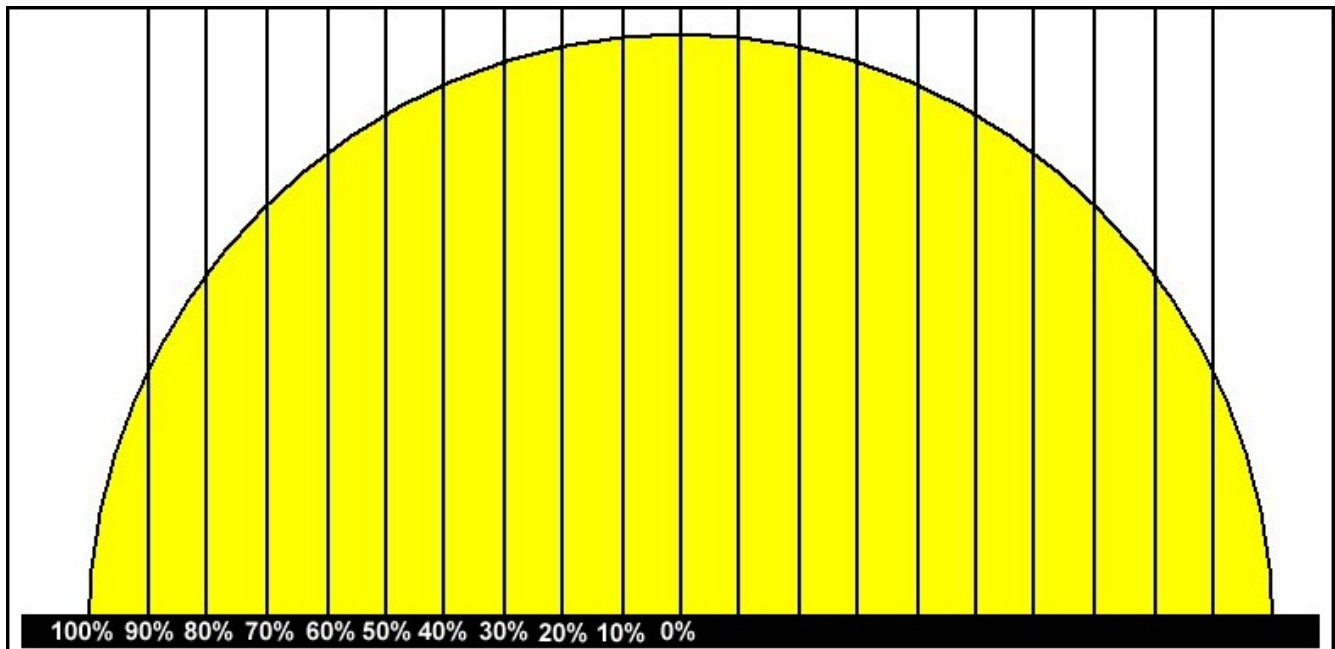
Figura 2

In questa figura è rappresentato il grafico che dà la profondità ottica dell'immagine. Per ottenerlo, si trasforma l'immagine a colori in una in bianco e nero, si prende il valore del pixel centrale del Sole come  $I_0$  ed ogni pixel diretto verso il bordo come  $I$ . Infine si applica la

formula (1).

Tabella della profondità ottica dal centro a un bordo solare  
 Considerando 0 il centro della fotosfera

Percentuale	Profondità ottica
0% (centro)	0.00
10%	0.01
20%	0.01
30%	0.03
40%	0.04
50%	0.05
60%	0,07
70%	0.12
80%	0.15
90%	0.23
100%(bordo)	0.45



Dalla tabella precedente si evidenzia che la luminosità solare al bordo diminuisce di  $2/3$  rispetto al centro del disco.

Adesso vediamo quale valore si ottiene per ogni pixel dell'immagine dal centro al bordo del disco solare.

Partiamo dalla costante solare  $C=1,37 \times 10^6 \text{ erg/cm}^2 \text{ s}$  che è l'energia che ci arriva nell'unità di tempo per ogni centimetro quadrato sulla superficie terrestre. Questo valore è facilmente misurabile con un errore del 1%.

Adesso dobbiamo calcolare l'energia irradiata dal Sole in una sfera con raggio di 1 unità astronomica ( $1\text{UA}=1,496 \times 10^{13} \text{ cm}$ ), la quale sarà l'energia totale irradiata dal Sole in tutte le direzioni alla distanza Terra-Sole.

$$Q=4\pi r^2 \times C = 4 \pi (1,496 \times 10^{13} \text{ cm})^2 \times 1,37 \times 10^6 \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1} = 3,85 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1}$$

Adesso riferiamoci alla superficie solare e calcoliamo l'energia emessa dal Sole per centimetro quadrato nel modo seguente:

$$e = Q/4 \pi r^2 \text{ dove } r \text{ è il raggio solare } 696000 \text{ km o } 6,96 \times 10^{10} \text{ cm}$$

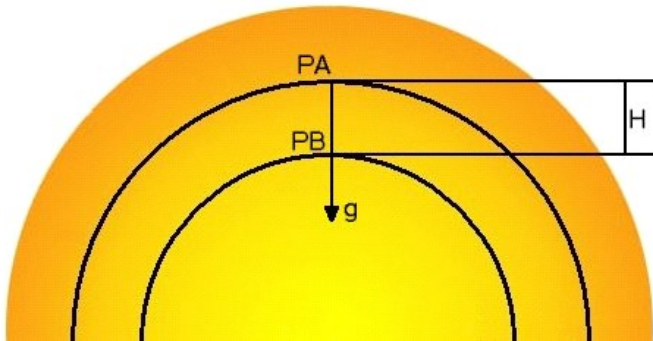
$$e = Q/4 \pi r^2 = 3,85 \times 10^{33} \text{ erg s}^{-1} / 4 \pi (6,96 \times 10^{10})^2 = 6,325 \times 10^{10} \text{ erg cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$$

Adesso applichiamo la legge di Steffan Boltzman per determinare la temperatura effettiva del Sole

$$e = \sigma T^4 \text{ e quindi } T = \sqrt[4]{e/\sigma} \text{ e quindi } T = \sqrt[4]{6,325 \times 10^{10} / 5,67040 \times 10^{-5}} = 5779^{\circ}\text{K}$$

il valore accettato per la temperatura effettiva del sole è di 5770°K

All'interno del Sole ogni punto deve mantenere l'equilibrio idrostatico, per il quale la differenza di pressione alla quale viene sottoposto ogni suo strato si deve equilibrare con l'attrazione gravitazionale esercitata dalla massa.



Se PA è la pressione nel limite superiore di una strato e PB è la pressione nel limite inferiore di questo strato, l'equilibrio si trova con la formula:

$$PB - PA = \rho g H \quad (1)$$

dove  $\rho$  è la densità media dello strato, H il suo spessore e g l'accelerazione della gravità

Per calcolare g utilizziamo la legge della gravità di Newton in cui si dice che:

$$g = GM/r^2$$

dove M massa del sole ( $1,9891 \times 10^{33}$  g), r il suo raggio ( $6,9626 \times 10^{10}$  cm) e G la costante di gravitazione ( $6,67428 \times 10^{-8}$  cm<sup>3</sup> g<sup>-1</sup> s<sup>-2</sup>) e quindi si trova:

$$g = 274 \text{ m/s}^2 = 27400 \text{ cm/s}^2$$

Adesso, applicando l'equazione di stato dei gas perfetti dove  $P = \rho RT/m$  e dove R = 8,314472 J/K mol, sostituendo PA e PB in (1) e considerando che PA tende a zero, otterremo:

$$PB = \rho RT/m \text{ di conseguenza } \rho RT/m = \rho g H \text{ e quindi } H = RT/mg \quad (2)$$

Adesso possiamo conoscere la profondità della fotosfera conoscendo la temperatura, la massa e la gravità, quindi:

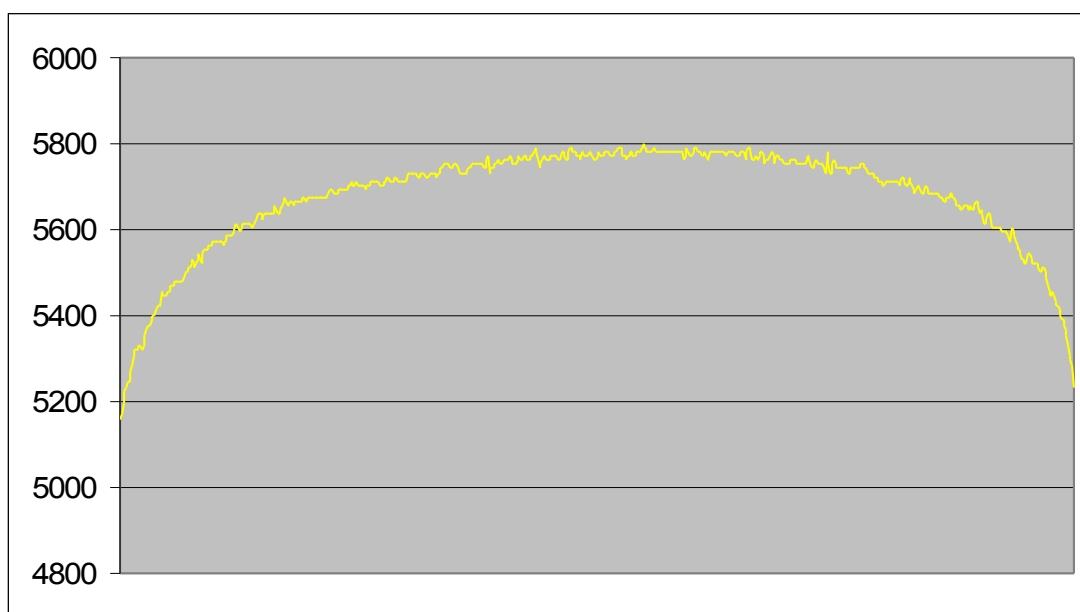
$$H = RT/mg = 184 \text{ km}$$

Adesso dobbiamo calcolare la temperatura per ogni pixel e questa la calcoliamo utilizzando di nuovo la legge di Steffan Boltzman, con la quale ricaviamo la seguente formula:

$$T^* = T_{\text{eff}} \sqrt[4]{I^*/I}$$

E come risultato si ottiene la seguente tabella:

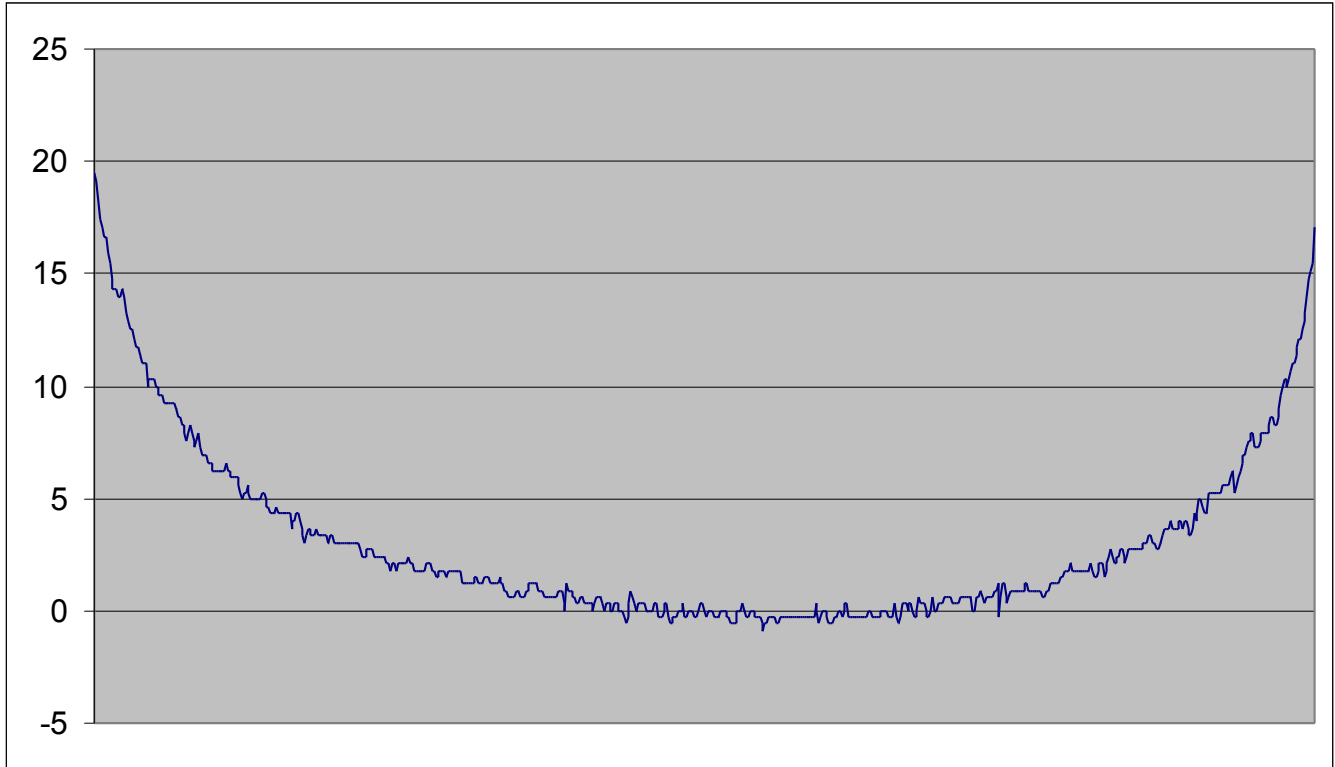
Percentuale	Profondità ottica	Temperatura
0% (centro)	0	5770°K
10%	0.01	5761°K
20%	0.01	5751°K
30%	0.03	5732°K
40%	0.04	5713°K
50%	0.05	5694°K
60%	0,07	5665°K
70%	0.12	5605°K
80%	0.15	5553°K
90%	0.23	5446°K
100%(bordo)	0.45	5182°K



Adesso prendiamo l'equazione (2) e troviamo l'altezza per ogni temperatura:  $H = RT/mg$

Percentuale	Profondità ottica	Temperatura	Altezza
0% (centro)	0	5770°K	0 km
10%	0.01	5761°K	0 km
20%	0.01	5751°K	1 km
30%	0.03	5732°K	1 km
40%	0.04	5713°K	2 km
50%	0.05	5694°K	2 km
60%	0,07	5665°K	3 km
70%	0.12	5605°K	5 km
80%	0.15	5553°K	7 km
90%	0.23	5446°K	10 km
100%(bordo)	0.45	5182°K	20 km

In questo grafico si vede come varia l'altezza visibile della fotosfera solare, in km, rispetto al centro del disco nell'immagine del 30/03/2008.



CONCLUSIONE: L'altezza visibile dalla Terra del bordo solare sale di circa 20km rispetto al centro del disco in luce visibile. Bisogna ricordare che per ogni lunghezza d'onda quest'effetto è diverso e l'oscuramento al bordo può non presentarsi, oppure come nel caso dell'ultravioletto con lunghezza d'onda minore di 160nm si presenta l'illuminamento del bordo.

Fabio A. Mariuzza