

Effetto Doppler

L'**effetto Doppler** è un cambiamento apparente della **frequenza** o della **lunghezza d'onda** di un'onda percepita da un osservatore che si trova in movimento rispetto alla sorgente delle onde. Per quelle onde che si trasmettono in un mezzo (ad esempio: aria, acqua, etc) come le **onde sonore**, la velocità dell'osservatore e dell'emettitore vanno considerate in relazione a quella del mezzo in cui sono trasmesse le onde. L'effetto Doppler totale può quindi derivare dal moto di entrambi, ed ognuno di essi è analizzato separatamente.

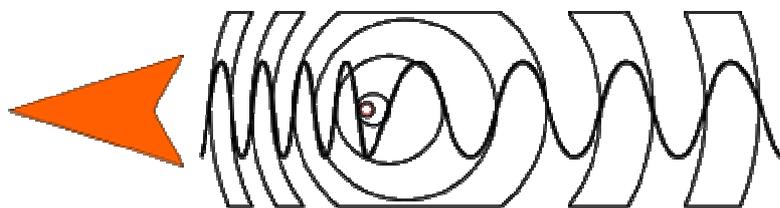
Storia

L'effetto fu analizzato per la prima volta da **Christian Andreas Doppler** nel 1845. Per verificare la sua ipotesi effettuò un famoso esperimento: si piazzò accanto ai binari della ferrovia e ascoltò il suono emesso da un vagone pieno di musicisti mentre si avvicinava e poi mentre si allontanava. L'esperimento confermò che: l'altezza del suono era più alta quando l'origine del suono si stava avvicinando, e più bassa quando si stava allontanando. Hippolyte Fizeau scoprì indipendentemente lo stesso effetto nelle onde elettromagnetiche nel 1848.

Oggi è molto facile constatare l'effetto Doppler: basta ascoltare la differenza nel suono emesso dalla sirena di un mezzo di soccorso quando si avvicina e quando si allontana.

Spiegazione

Prima di avventurarmi nella spiegazione, è importante far notare che la frequenza del suono *emesso* dalla sorgente non cambia. Per comprenderne il principio su cui si basa il funzionamento dell'effetto doppler, possiamo considerare la seguente analogia: qualcuno lancia una serie di palle ogni secondo nella nostra direzione. Assumiamo che le palle viaggino con velocità costante. Se colui che le lancia è fermo, riceveremo una palla ogni secondo. Ma, se si sta invece muovendo nella nostra direzione, ne riceveremo un numero maggiore perché esse saranno meno spaziate. Al contrario, se si sta allontanando ne riceveremo di meno. Ciò che cambia è quindi la distanza (definita propriamente **lunghezza d'onda**); *come conseguenza, l'altezza del suono percepito cambia.*



Se una sorgente in movimento sta emettendo onde con una frequenza f_0 , allora un osservatore stazionario (rispetto al mezzo di trasmissione) percepirà le onde con una frequenza f data da:

$$f = f_0 \frac{v}{v - v_{s,r}}$$

dove v è la velocità delle onde nel mezzo e $v_{s,r}$ è la velocità della sorgente rispetto al mezzo (considerando solo la direzione che unisce sorgente ed osservatore), positiva se verso l'osservatore, e negativa se nella direzione opposta).

Un'analisi simile per un osservatore in movimento e una sorgente stazionaria fornisce la frequenza osservata (la velocità dell'osservatore è indicata come v_o):

$$f = f_0 \left(1 + \frac{v_o}{v} \right)$$

In generale, la frequenza osservata è data da:

$$f = f_0 \left(\frac{v + v_m - v_o}{v + v_m - v_s} \right)$$

dove v_o è la velocità dell'osservatore, v_s è la velocità della sorgente, v_m è la velocità del mezzo, e tutte le velocità sono positive se nella stessa direzione lungo cui si propaga l'onda, o negative se nella direzione opposta.

Applicazioni

Nella vita quotidiana, un classico esempio di effetto Doppler, è dato dalla sirena di un'ambulanza. Questa infatti inizierà ad essere percepita più alta del suo tono effettivo, si abbasserà mentre passa accanto all'osservatore, e continuerà più bassa del suo tono effettivo mentre si allontana dall'osservatore. In altre parole: se la sirena si stesse avvicinando direttamente verso l'osservatore, il tono sarebbe rimasto costante (anche se più alto dell'originale) fino a raggiungere l'osservatore, e salterebbe immediatamente ad un tono inferiore una volta che lo avesse oltrepassato (sempre che l'osservatore sia ancora in grado di sentirla). Poiché, normalmente, la sirena passa ad una certa distanza dall'osservatore, la sua **velocità radiale** cambia continuamente, in funzione dell'angolo tra la linea di vista dell'osservatore e la velocità vettoriale della sirena:

$$v_{s,r} = v_s \cdot \cos \theta$$

dove v_s è la velocità della sirena rispetto al mezzo di trasmissione, e θ è l'angolo tra la direzione di moto della sirena e la linea di vista tra la sirena e l'osservatore.

In astronomia l'effetto Doppler, applicato alle onde luminose, è usato per misurare la velocità con cui stelle e galassie si stanno avvicinando o allontanando da noi, per scoprire se una stella apparentemente singola è, in realtà, una stella binaria con componenti molto vicine tra loro, e anche per misurare la velocità di rotazione di stelle e galassie.

In astronomia, l'uso dell'effetto Doppler, si basa sul principio che lo **spettro elettromagnetico** emesso dagli oggetti celesti non è continuo, ma mostra delle linee spettrali a frequenze ben definite, associate alle energie necessarie ad eccitare gli **elettroni** dei vari elementi chimici. L'effetto Doppler è riconoscibile quando le linee spettrali non si trovano alle frequenze ottenute in laboratorio, utilizzando una sorgente stazionaria. La differenza in frequenza può essere tradotta direttamente in velocità utilizzando apposite

formule. Poiché i colori posti ai due estremi dello spettro visibile sono il **blu** (per lunghezze d'onda più corte) e il **rosso** (per lunghezze d'onda più lunghe), l'effetto Doppler è spesso chiamato spostamento verso il rosso se diminuisce la frequenza della luce, e spostamento verso il blu se l'aumenta.

L'effetto Doppler ha condotto allo sviluppo delle teorie sulla nascita ed evoluzione dell'Universo come il Big Bang, basandosi sul sistematico spostamento verso il rosso mostrato da quasi tutte le galassie esterne.

Proviamo attraverso un modello matematico, a capire meglio l'effetto Doppler.

Consideriamo essenzialmente un **generatore (trasmettitore) di onde**, un **mezzo** in cui le onde si **propagano**, ed un **ricevitore**.

Tali onde potranno essere acustiche, luminose ecc. La natura fisica delle onde non ci interessa perché l'effetto Doppler è comune ad **ogni tipo** di fenomeno ondulatorio. Per comodità di **esempio**, sarà **utile e comodo** riferirci al **suono**, perché di più semplice riferimento alla vita quotidiana.

Il **sistema trasmettitore-mezzo-ricevitore** è riferito ad un **sistema di riferimento inerziale** K rispetto al quale il **mezzo** sarà considerato **in quiete**, mentre **trasmettitore e ricevitore** sono in moto **relativo**.

Il mezzo è quindi **solidale** con K .

La **propagazione** delle **onde** avviene rispetto al **mezzo**, con una **velocità costante**, quindi con velocità costante rispetto a K , **indipendentemente** dal **moto** del **generatore** e del **ricevitore**. Si può pensare che l'onda sia una **eccitazione del mezzo** e che in esso vi si propaghi così come un'onda marina si propaga rispetto al suo mezzo, il mare. Il ricevitore, nel suo moto rispetto a K , e quindi rispetto al mezzo, **incontrerà** tale onda e ne potrà misurare le caratteristiche, che saranno di conseguenza **caratteristiche apparenti**.

Indichiamo con c la **velocità dell'onda rispetto al mezzo**. Di solito con la lettera c si indica la velocità della luce nel vuoto. Nel nostro esempio, per noi c indica la velocità di qualsiasi tipo di onda rispetto al mezzo in cui si propaga.

Per esigenze di **semplicità** ci riferiremo ad un **sistema di riferimento inerziale spazio-temporale** K **a due dimensioni** (x, t) , dove x è la variabile **spaziale** e t la variabile **temporale**.

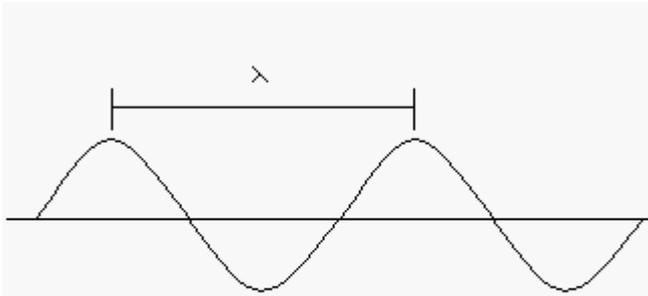
Il trasmettitore ed il ricevitore compiono quindi **moti unidimensionali** su una **retta**, l'asse delle x .

Prima di continuare, richiamo qui alcuni **concetti e definizioni** relative alle **onde**.

Un'**onda** è una entità che può essere **descritta** essenzialmente dalle seguenti **grandezze**:

- **lunghezza d'onda** λ ("lambda")
- **periodo** T
- **frequenza** ν ("ni")
- **velocità** c .

Per un'onda sinusoidale, abbiamo un grafico simile a quello sotto esposto:



- La **lunghezza d'onda** è la **distanza** fra **due creste** dell'onda e si misura in **metri**.
- Il **periodo** è la **quantità di tempo** in cui avviene una **oscillazione completa** dell'onda, ovvero il tempo in cui un'onda passa da una cresta alla successiva, e si misura in **secondi**.
- La **frequenza** indica **quante oscillazioni complete** un'onda compie nell'**unità di tempo** (il secondo) e si misura in **hertz**.
- La **velocità** dell'onda è la velocità, espressa in **metri al secondo**, con cui l'onda **procede nel mezzo**.

Le grandezze qui definite soddisfano le fondamentali **relazioni** matematiche :

$$v = \frac{1}{T}$$

$$\lambda v = c$$

Per semplificare i calcoli, immaginiamo che il **generatore** emetta con continuità ad intervalli **regolari** di tempo T_0 **brevissimi** (infinitesimi) **impulsi** di onde. In questo modo è come se considerassimo una sola **cresta** di onda avanzare nel mezzo e possiamo così facilmente descrivere la **cinematica** di questi impulsi.

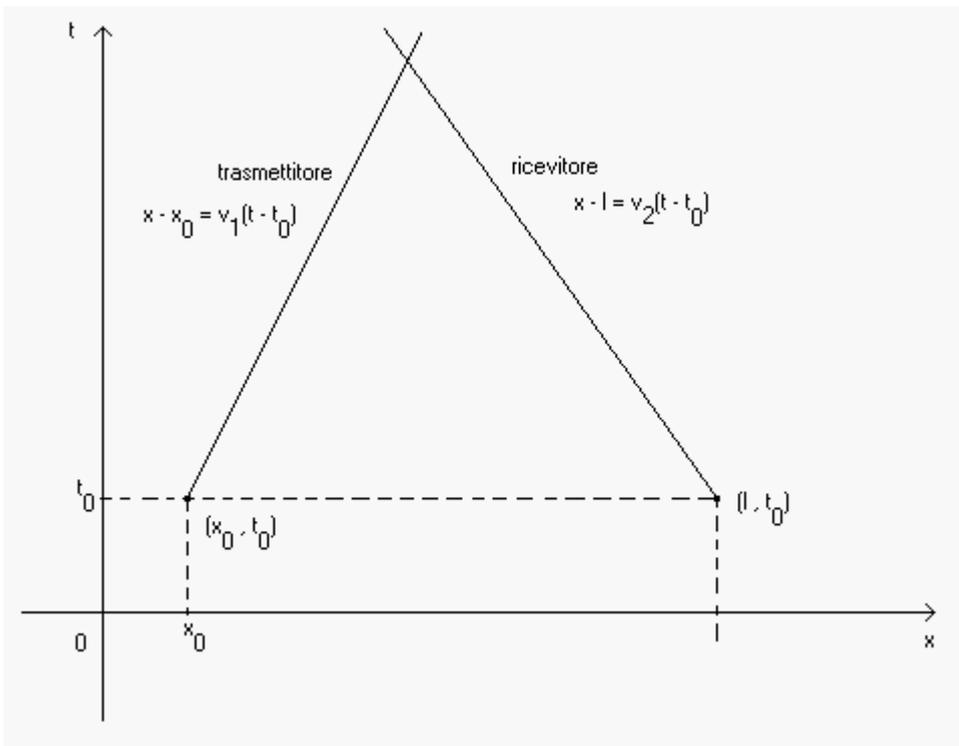
Passiamo ora alla definizione del **modello** di generazione, propagazione e ricezione di onde.

In questo modello assumiamo che il **tempo** sia **assoluto**, ovvero che vi sia un **orologio** solidale con il **generatore** ed un **orologio** solidale con il **ricevitore** e che entrambi segnino lo **stesso** tempo, il **tempo assoluto** del sistema.

Un tale modello si presta a descrivere la propagazione di **onde acustiche** in un **mezzo materiale** o di **onde elettromagnetiche** in un'**etere classico** (ovvero in un ipotetico mezzo di propagazione delle onde elettromagnetiche, mezzo considerato immobile rispetto ad un sistema di riferimento inerziale assoluto che qui coincide con K).

Immaginiamo allora un **trasmettitore** dotato di **velocità** v_1 ed un **ricevitore** dotato di **velocità** v_2 in moto rispetto a K . Tali moti, lo ribadiamo, sono qui **unidimensionali** ed avvengono sull'asse delle x .

Disegniamone i **grafici orari** rispetto a \mathcal{K} :

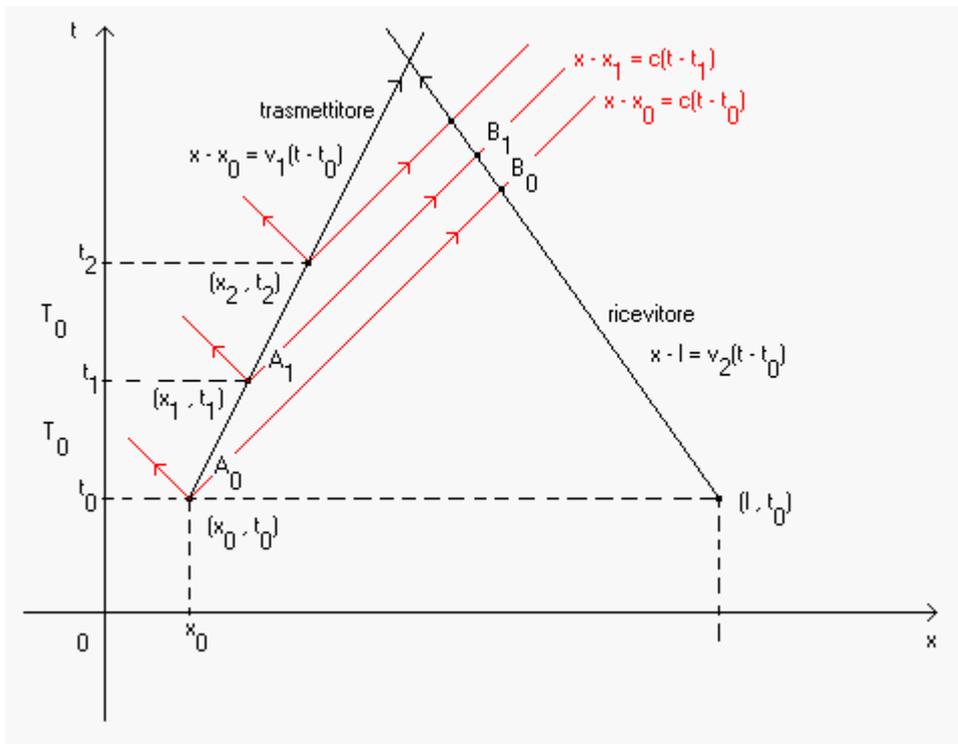


Il ricevitore, al tempo t_0 , si trova nella posizione l . Alle velocità assegnamo un valore qualunque (nel grafico v_1 è positiva e v_2 è negativa).

Immaginiamo ora che il **trasmettitore** emetta una **sequenza di impulsi** ad intervalli di **tempo** regolari T_0 a partire dall'istante t_0 e consideriamo i soli **eventi** A_0 di coordinate (x_0, t_0) e A_1 di coordinate (x_1, t_1) .

Dei due **fronti ondosi** generati, consideriamo solo quello che avanza nel senso positivo dello spazio.

Graficamente abbiamo :



Il ricevitore **incontrerà** le onde emesse nei punti B_0, B_1, \dots .

Determiniamo le coordinate di tali punti e, tenendo presente che :

$$t_1 = t_0 + T_0$$

calcoliamo la differenza delle coordinate temporali (la coordinata temporale di B_1 meno quella di B_0).

Chiamando con T tale differenza, dopo semplici calcoli, otteniamo :

$$T = T_0 \frac{c - v_1}{c - v_2}$$

Il numero T_0 rappresenta il periodo dell'onda così come viene trasmessa dal trasmettitore mentre il numero T rappresenta il periodo dell'onda così come viene ricevuta dal ricevitore in moto rispetto al trasmettitore ed al mezzo, ovvero il **periodo apparente** dell'onda.

Come si vede bene, tali periodi sono **diversi**. Questo fenomeno va sotto il nome di **effetto Doppler**.

Di conseguenza, per le **frequenze** vale :

$$\nu = \nu_0 \frac{c - v_2}{c - v_1}$$

Oltre all'ambito astronomico, l'effetto Doppler è utilizzato in molte applicazioni:

- Per misurare la velocità degli oggetti rilevati tramite radar: Un fascio radar è lanciato contro un oggetto in movimento, per esempio un'automobile, nel caso dei radar in dotazione alle forze di polizia di molti Paesi del mondo. Se l'oggetto si sta allontanando dall'apparecchio radar, ogni onda di ritorno ha dovuto percorrere uno spazio maggiore della precedente per raggiungere l'oggetto e tornare indietro, quindi lo spazio tra due onde successive si allunga, e la frequenza delle onde radio cambia in modo misurabile. Usando le formule dell'effetto Doppler si può risalire alla velocità dell'oggetto;
- In medicina: per la rilevazione della velocità del flusso sanguigno. Tale principio infatti è sfruttato dai Flussimetri Eco-Doppler (ADV, ovvero Acoustic Doppler Velocimeter), nei quali una sorgente di onde sonore, generalmente ultrasuoni, viene orientata opportunamente. Queste onde acustiche vengono poi riflesse con una nuova frequenza, a seconda della velocità vettoriale delle particelle sanguigne, rilevata e rielaborata in modo da ottenere tale misura di velocità.

Autore dott. Diego Tasselli astrofisico e socio del GAE - Gruppo Astrofili Eporediesi